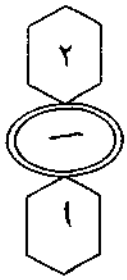
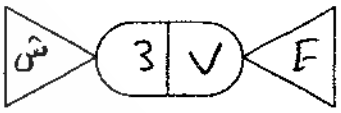
بسم الله الرحمن الرحيم





المملكة الأردنية الهاشمية
وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٩ / التكميلي

(وثيقة محمية/محدود)

المبحث : الرياضيات / الورقة الثانية / ف٢ — مدة الامتحان: ٠٠ : ٢ — د س

الفرع : العلمي + الصناعي (جامعات) / خطة (٢٠١٩) — اليوم والتاريخ: الأحد ٢٠١٩/٨/٤

ملحوظة : أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٥)، علمًا بأن عدد الصفحات (٤).

السؤال الأول: (٤٤ علامة)

أ) جد كلًّا من التكاملات الآتية:

١) $\int_{1}^{هـ} س لو س^{٢}$ دس (١٦ علامة)

٢) $\int \frac{قا^{٢}س}{٤ - ظا^{٢}س}$ دس (١٦ علامة)

ب) **انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها:** (١٢ علامة)

١) إذا كان م(س) = $س^{٢} - ب س$ معكوسًا لمشتقة الاقتران المتصل ق، وكان ق(١) = ٥ ،

فإن قيمة الثابت ب تساوي:

أ) ٣ ب) -٣ ج) ٤ د) -٤

٢) قيمة $\int_{-١}^{٢} هـ^{٢}$ دس تساوي:

أ) ٣ ب) $\frac{٧}{٣}$ ج) $٣هـ^{٢}$ د) $هـ^{٢}$

٣) إذا كان ق اقترانًا معرفًا على الفترة [-٢ ، ١] ، وكان ١ ≥ ق(س) ≥ ٤ ،

فإن أكبر قيمة للمقدار: $\int_{-٢}^{١}$ (ق(س) - ٢) دس تساوي:

أ) ٢ ب) -١ ج) -٣ د) ٦

٤) $\int \frac{س - ٤}{٢ - \sqrt{س}}$ دس يساوي:

أ) $\frac{٢}{٣} س^{\frac{٣}{٢}} + ٢س + ج$ ب) $-\frac{٢}{٣} س^{\frac{٣}{٢}} - ٢س + ج$

ج) $\frac{س^{٢}}{٢} + ٢س + ج$ د) $-\frac{س^{٢}}{٢} - ٢س + ج$

يتبع الصفحة الثانية - ،،،،

تم التحميل من موقع وتد التعليمي www.watadme

السـؤال الثاني: (٤٦ علامة)

أ) جـد: $\int \frac{(س^{٣} - س)^{٥}}{س^{١٨}}$ دس (١٧ علامة)

ب) إذا كان ص^{٢} = لـو$_{هـ}$ (س ص^{٣}) ، أثبت أن: صَ = $\frac{ص}{س\,(٢ص^{٢} - ٣)}$ (١٧ علامة)

ج) انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (١٢ علامة)

١) معتمدًا الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران ق

المعرف على الفترة [−٢ ، ٥] ، إذا علمت أن مساحة

المنطقة م$_{١}$ تساوي (٤) وحدات مربعة، ومساحة المنطقة

م$_{٢}$ تساوي (٩) وحدات مربعة، فإن $\int_{-٢}^{٥} |$ ق(س) | دس يساوي:

أ) −٥ ب) ٥ ج) ١٣ د) −١٣

٢) قيمة $\int_{\frac{\pi}{١٢}}^{\frac{\pi}{٦}}$ جتا ٦س دس تساوي:

أ) $\frac{١}{٣}$ ب) $-\frac{١}{٦}$ ج) $-\frac{١}{٣}$ د) $\frac{١}{٦}$

٣) حل المعادلة التفاضلية: جا^{٢}س دص = ص دس هو:

أ) | ص | = هـ$^{-}$ ظتاس+جـ ب) | ص | = هـ ظتاس+جـ

ج) | ص | = هـ ظتاس+جـ د) | ص | = هـ$^{-}$ ظتاس+جـ

٤) إذا كان ميل المماس لمنحنى العلاقة **ص** عند النقطة (س ، ص) يساوي $\frac{٢س}{ص}$ ، ص ≠ ٠

فإن قاعدة العلاقة **ص** هي:

أ) ص^{٢} = س^{٢} + جـ ب) ص^{٢} = ٢س^{٢} + جـ

ج) ص = س + جـ د) ص = ٢س + جـ

السـؤال الثالث: (٣٠ علامة)

أ) جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنيات الاقترانات الآتية: (١٨ علامة)

ق(س) = س^{٣} ، هـ(س) = س + ٦ ، ل(س) = $\frac{-س}{٢}$

يتبع الصفحة الثالثة ....

تم التحميل من موقع وتد التعليمي www.watad.me

ب) انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (١٢ علامة)

١) إذا كان $\int_{٣}^{١}$ ق(س) دس = −٢ ، $\int_{٦}^{١}$ ق(س) دس = ٨ ، فإن قيمة $\int_{٦}^{٣}$ ق(س) دس تساوي:

أ) ٤ ب) ٦ ج) ١٠ د) ١٢

٢) $\int \frac{\text{س}}{\text{جتا}^{٢}\text{س}}$ دس يساوي:

أ) س ظاس − لـو$_{هـ}$ | جتاس | + جـ ب) س ظاس + لـو$_{هـ}$ | جتاس | + جـ

ج) س ظاس − لـو$_{هـ}$ | جاس | + جـ د) س ظاس + لـو$_{هـ}$ | جاس | + جـ

٣) إذا كان الاقترانان م(س)، هـ(س) معكوسين لمشتقة الاقتران المتصل ق، وكان $\int_{٠}^{٢}$ (م(س) − هـ(س)) دس = ٦

فما قيمة $\int_{٠}^{٢}$ ٤س (م(س) − هـ(س)) دس ؟

أ) ٢٤ ب) ١٢ ج) ٣ د) ٤٨

٤) إذا كان ص = $\sqrt{٨ + \text{هـ}^{٢\text{س}}}$ ، فإن $\frac{\text{د ص}}{\text{د س}}$ عند س = ٠ تساوي :

أ) $-\frac{١}{٣}$ ب) $-\frac{٢}{٣}$ ج) $\frac{٢}{٣}$ د) $\frac{١}{٣}$

السـؤال الرابع: (٤٠ علامة)

أ) جد معادلة الدائرة التي تمس المستقيمين س = ٠ ، ص = −١ وتمر بالنقطة (٨ ، ٠) ويقع مركزها في الربع الأول. (١٤ علامة)

ب) جد معادلة القطع المكافئ الذي معادلة محور تماثله س = ٢ ، ومعادلة دليله ص = ١ ويمر بالنقطة (٦ ، ٦) (١٤ علامة)

يتبع الصفحة الرابعة ....

تم التحميل من موقع وتد التعليمي www.watad.me

ج) **انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها:** (١٢ علامة)

١) المحل الهندسي للنقطة ن (س ، ص) التي تتحرك في المستوى البياني بحيث يكون الفرق المطلق بين بعديها عن نقطتين ثابتتين يساوي مقدارًا ثابتًا هو:

أ) دائرة ب) قطع مكافئ ج) قطع ناقص د) قطع زائد

٢) ما إحداثيا رأس القطع المكافئ الذي معادلته: ص = ٢س^{٢} + ٢ ؟

أ) (٠ ، ٢) ب) (٠ ، -٢) ج) (٢ ، ٠) د) (-٢ ، ٠)

٣) قطع ناقص طول محوره الأصغر يساوي بعده البؤري، فإن اختلافه المركزي يساوي:

أ) $\frac{١}{٢}$ ب) $\frac{١}{\sqrt{٢}}$ ج) $\frac{٤}{٥}$ د) $\frac{٢}{\sqrt{٥}}$

٤) ما طول نصف قطر الدائرة التي معادلتها: ٣س^{٢} + ٣ص^{٢} + ٦ص = ٣٣ ؟

أ) $\sqrt{٣}$ ب) ١٢ ج) ٢$\sqrt{٣}$ د) ٦

السـؤال الخامس: (٤٠ علامة)

أ) قطع ناقص بؤرتاه النقطتان (-١ ، ١) ، (١ ، ١) ويمر بنقطة الأصل، جد معادلته. (١٢ علامة)

ب) جد إحداثيي المركز والرأسين والبؤرتين للقطع المخروطي الذي معادلته: (١٦ علامة)

٩س^{٢} - ١٦ص^{٢} - ١٨س - ٦٤ص - ١٩٩ = ٠

ج) **انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها:** (١٢ علامة)

١) قطع ناقص معادلته: ١٦ص^{٢} = ١٦ - ٤س^{٢} ، فإن مساحته بالوحدات المربعة تساوي:

أ) ٢ π ب) ٤ π ج) ٣ π د) π

٢) قطع زائد معادلته: $\frac{(س + ٣)^{٢}}{٩} - \frac{(ص - ١)^{٢}}{١٦} = ١$ ، فإن معادلة محوره القاطع هي:

أ) ص = -١ ب) ص = ١ ج) س = ٣ . د) س = -٣

٣) تتحرك النقطة و(س ، ص) في المستوى الإحداثي بحيث يتحدد موقعها في اللحظة ن ≥ ٠ بالمعادلتين س = جتا ن ، ص = جتا٢ن ، فإن معادلة المحل الهندسي للنقطة و(س ، ص) هي:

أ) ص = ٢س^{٢} + ١ ب) ص = ٢ -٢س^{٢}

ج) ص = ٢س^{٢} - ١ د) ص = ٢ + ٢س^{٢}

٤) إذا قُطِعَ أحد فرعي مخروط دائري قائم مزدوج بمستوى مائل قليلًا عن المحور فإن الشكل الناتج هو:

أ) دائرة ب) قطع مكافئ ج) قطع زائد د) قطع ناقص

(انتهت الأسئلة)

تم التحميل من موقع وتد التعليمي www.watad.me

بسم الله الرحمن الرحيم

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٩ / التكميلي

صفحة رقم (١)

وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

المبحث : الرياضيات / الورقة الثانية / ف٢ علمي

مدة الامتحان: ٣ س ٠٠ د

الفرع : العلمي + الصناعي (جامعات) دفعة (٢٠١٩)

التاريخ : ٤ / ٨ / ٢٠١٩

رقم الصفحة في الكتاب	الإجابة النموذجية :
٦٨	السؤال الأول : (٤٤ علامة)

(أ) $\int_{1}^{هـ} \frac{\ln س}{س^2}\,د س$

$ع = \ln س \leftarrow د ع = \frac{1}{س}\,د س$ (١)

$د ص = \frac{1}{س^2}\,د س \leftarrow ص = -\frac{1}{س}$ (١)

$= \left[-\frac{1}{س}\ln س\right]_{1}^{هـ} - \int_{1}^{هـ} -\frac{1}{س^2}\,د س$ (١) على التعاقب

$= \left[-\frac{1}{س}\ln س\right]_{1}^{هـ} + \int_{1}^{هـ} \frac{1}{س^2}\,د س$

$= \left[-\frac{1}{س}\ln س\right]_{1}^{هـ} + \left[-\frac{1}{س}\right]_{1}^{هـ}$

$= \left(-\frac{1}{هـ}\ln هـ\right) - \left(-\frac{1}{1}\ln 1\right) + \left(-\frac{1}{هـ}\right) - \left(-\frac{1}{1}\right)$ (١) (١) (١) (١)

$= -\frac{1}{هـ}\ln هـ + 0 - \frac{1}{هـ} + 1$ (١)

$= -\frac{1}{هـ} - \frac{1}{هـ} + 1$

$= 1 - \frac{2}{هـ}$

WATAD.me
تم التحميل من موقع وتد التعليمي www.watad.me

رقم الصفحة في الكتاب

٧٤

حل

(أ) ٢) $ت = \int \frac{\tan س}{٤ - ظا^٢ س} \, د س$ (١٦)

$ص = ظا س$ ①

$د ص = \tan^٢ س \, د س \Leftarrow د س = \frac{د ص}{\tan^٢ س}$ ①

$ت = \int \frac{\tan س}{٤ - ص^٢} \times \frac{د ص}{\tan^٢ س} = \int \frac{د ص}{٤ - ص^٢}$ ①

$= \int \frac{د ص}{(٢ - ص)(٢ + ص)} = \int \left(\frac{أ}{(٢ - ص)} + \frac{ب}{(٢ + ص)} \right) د ص$ ① ①

$أ (٢ + ص) + ب (٢ - ص) = ١$ ① ①

$ص = ٢ \Leftarrow ٤ أ = ١ \Leftarrow أ = \frac{١}{٤}$ ①

$ص = -٢ \Leftarrow ٤ ب = ١ \Leftarrow ب = \frac{١}{٤}$ ①

$\therefore ت = \int \left(\frac{\frac{١}{٤}}{(٢ - ص)} + \frac{\frac{١}{٤}}{(٢ + ص)} \right) د ص$ ① ① ①

$= -\frac{١}{٤} \underset{هـ}{لو} |٢ - ص| + \frac{١}{٤} \underset{هـ}{لو} |٢ + ص| + ج$

$= -\frac{١}{٤} \underset{هـ}{لو} |٢ - ظا س| + \frac{١}{٤} \underset{هـ}{لو} |٢ + ظا س| + ج$

① على استبدال ص

٩		٤	٣	٢	١	رقم العمود
٤٩		ب	S	ج	ب	رقم الإجابة
٩٩		$\frac{٢}{٣} س^{\frac{٣}{٢}} - ٢ س + ج$	٦	$٣ هـ^{٢}$	-٣	الإجابة
٣٦						

تم التحميل من موقع وتد التعليمي www.watad.me

رقم الصفحة في الكتاب	
٥٩	السؤال الثاني : (٤٦ علامة) تكميلي / ورقة ثانية

(أ) $\int \frac{(س^{٢}-س)^{٥}}{س^{١٨}}\,د س = \int \frac{(س^{٣}-س)^{٥}}{س^{١٥} \times س^{٣}}\,د س$ ① ①

١٧ $= \int \frac{(س^{٣}-س)^{٥}}{(س^{٣})^{٥} \times س^{٣}}\,د س$ ① $= \int \left(\frac{س^{٣}-س}{س^{٣}}\right)^{٥} \times س^{-٣}\,د س$ ①

$= \int \left(\frac{١}{س^{٢}}-١\right)^{٥} \times س^{-٣}\,د س$ ① ① $= \int (١-س^{-٢})^{٥} \times س^{-٣}\,د س$ ①

$= \int (١-ص)^{٥} \times -\frac{١}{٢}\,د ص$ ① $ص = س^{-٢}$ ①

$د ص = -٢ س^{-٣}\,د س$ ①

$= -\frac{١}{٢} \int (١-ص)^{٥}\,د ص$

$= -\frac{١}{٢} \frac{(١-ص)^{٦}}{-٦ \times ١}$ ① $+ جـ$

$= \frac{١}{١٢} (١-ص)^{٦} + جـ = \frac{١}{١٢} (١-س^{-٢})^{٦} + جـ$ ①

WATAD.me
تم التحميل من موقع وتد التعليمي www.watad.me

س ٢ : تكميلي / ورقة ثانية — رقم الصفحة في الكتاب

ب) $ص^{؟} = لو(س ص^{٣})$

١٧ ① $٢ص ص' = \frac{س \times ٣ص^{٢}ص' + ص^{٣} \times ١}{س ص ٣} = \frac{٣س ص^{٢}ص' + ص^{٣}}{س ص^{٣}}$ — ٩٦

① ① ① ① ① ① ①

$٢ص ص' \times س ص^{٣} = ٣س ص^{٢}ص' + ص^{٣}$

$٢س ص^{٤}ص' = ٣س ص^{٢}ص' + ص^{٣}$

$٢س ص^{٤}ص' - ٣س ص^{٢}ص' = ص^{٣}$

$ص'(٢س ص^{٤} - ٣س ص^{٢}) = ص^{٣}$

$ص' = \frac{ص^{٣}}{٢س ص^{٤} - ٣س ص^{٢}} = \frac{ص^{٣}}{س ص^{٢}(٢ص^{٢} - ٣)}$

$ص' = \frac{ص}{س(٢ص^{٢} - ٣)}$

ج)

رقم الفقرة	١	٢	٣	٤	
رمز الإجابة الصحيحة	ج	ب	م	ب	٩٨ / ٢٦
١٢ الإجابة الصحيحة	١٣	$\frac{١}{٦}$	$ا ص ا = د$ — نقطتان $ب$	$ص^{؟} = ٢س^{؟} + ج$	٩١

ثلاث علامات لكل فقرة — ٩٢

تم التحميل من موقع وتد التعليمي www.watad.me

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال الثالث : (٣٠ علامة)

(أ) $\int_{-3}^{2} (-س^3 + س + 6)\,دس$ ①

$-س^3 + س + 6 = 0$ ①

$(س-2)(س^2+2س+3) = 0$ ①

$س = 2$ ①

	1	0	-1	-6
2		2	4	6
	1	2	3	0

$-س^3 + س + 6 = 0$ ①

$س^2 + 2س + 3 = 0$ ①

$م = \int_{-3}^{-2} (-س^3 + س + 6)\,دس + \int_{-2}^{2} (-س^3 + س + 6)\,دس$

$م = \left[-\frac{س^4}{4} + \frac{س^2}{2} + 6س\right]_{-3}^{-2} + \left[-\frac{س^4}{4} + \frac{س^2}{2} + 6س\right]_{-2}^{2}$

$م = (-4 - 2 - 12) - (-\frac{81}{4} + \frac{9}{2} - 18) + (8 + 2 + 12) - (-4 + 2 - 12)$

$م = 22 + 10 + 12 = 44$ وحدة مربعة

(ب)

رقم الفقرة	١	٢	٣	٤
رمز الاجابة الصحيحة	ج	ب	P	د
الاجابة الصحيحة	١٠	$س ظاس + لو_م اس + جـ$	٢٤	$\frac{1}{3}$

ثلاث علامات لكل فقرة

تم التحميل من موقع وتد التعليمي www.watad.me

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال الرابع : (٤٠ علامة) — تكميلي في ٢٠١٩ (ورقة ثانية)

(أ) المركز $(ك، هـ)$ $\quad ك = -ل$ ① ، $هـ = ل - ١$ ① — ١١٩

١٤ معادلة الدائرة $(س - ك)^٢ + (ص - هـ)^٢ = ل^٢$ ①

$(س - ل)^٢ + (ص - ل + ١)^٢ = ل^٢$ ①

الدائرة تمر بالنقطة $(٨، ٠)$ $\leftarrow (٨ - ل)^٢ + (٠ - ل + ١)^٢ = ل^٢$ ①

$٦٤ - ١٦ل + ل^٢ + ل^٢ - ٢ل + ١ = ل^٢ \leftarrow ل^٢ - ١٨ل + ٦٥ = صفر$ ①

$\leftarrow (ل - ٥)(ل - ١٣) = صفر \leftarrow ل = ٥$ ①، ١٣ ①

$ل = ١٣ \leftarrow ك = ١٣$ ①، $هـ = ١٢ \leftarrow$ معادلة الدائرة $(س - ١٣)^٢ + (ص - ١٢)^٢ = ١٦٩$ ①

$ل = ٥ \leftarrow ك = ٥$ ①، $هـ = ٤ \leftarrow$ معادلة الدائرة $(س - ٥)^٢ + (ص - ٤)^٢ = ٢٥$ ①

(ب) معادلة القطع المكافئ $(س - ك)^٢ = ٤ جـ (ص - هـ)$ ① — ١٢٩

١٤ رأس القطع $(٢، ١ + جـ)$ ①

$(س - ٢)^٢ = ٤ جـ (ص - ١ - جـ)$ ①

يمر بالنقطة $(٦، ٦) \leftarrow (٦ - ٢)^٢ = ٤ جـ (٦ - ١ - جـ)$ ①

$١٦ = ٤ جـ (٥ - جـ) \leftarrow ١٦ = ٢٠ جـ - ٤ جـ^٢$ ①

$\leftarrow ٤ جـ^٢ - ٢٠ جـ + ١٦ = ٠ \leftarrow جـ^٢ - ٥ جـ + ٤ = ٠$ ①

$\leftarrow (جـ - ١)(جـ - ٤) = ٠ \leftarrow جـ = ١ ، ٤$ ①

$جـ = ١$ ، الرأس $(٢، ٢)$ ① $\leftarrow$ المعادلة $(س - ٢)^٢ = ٤ (ص - ٢)$ ①

$جـ = ٤$ ، الرأس $(٢، ٥)$ ① $\leftarrow$ المعادلة $(س - ٢)^٢ = ١٦ (ص - ٥)$ ①

(ج)

رقم الفقرة	١	٢	٣	٤	
رمز الاجابة الصحيحة	ك	م	ب	ج	
الاجابة الصحيحة	قطع زائد	$(٢، ٠)$	$\frac{١}{٣٦}$	$٣\sqrt{٣}$	

١٤٦ — ١٢٨ — ١٦١

ثلاث علامات لكل فقرة — ١٥٩

تم التحميل من موقع وتد التعليمي www.watad.me

السؤال الخامس: (٤٠ علامة) تكميلي ٢٠١٩ (ورقة ثانية) — رقم الصفحة في الكتاب

(أ) معادلة القطع الناقص $\frac{(س-ى)^2}{ب^2} + \frac{(ص-د)^2}{ب^2} = 1$ ① — ١٤٥

١٢ $ج = ٢$ ← $ج = ١$ ① ، المركز $(٠، ١)$ ①

$\frac{س^2}{ب^2} + \frac{(ص-١)^2}{ب^2} = 1$ ①

بالتعويض بالنقطة $(٠، ٠)$ ← $\frac{١}{ب^2} + ٠ = 1$ ← $ب^2 = 1$ ①

$ج^2 = ب^2 - ب^2$ ① ← $١ = ب^2 - ١$ ← $ب^2 = ٢$ ①

← المعادلة $\frac{س^2}{٢} + (ص-١)^2 = 1$ ①

(ب) $٩س^2 - ١٦ص^2 - ١٨س - ٦٤ص - ١٩٩ = صفر$ — ١٥٥

١٦ $٩س^2 - ١٨س - ١٦ص^2 - ٦٤ص = ١٩٩$ ①

① $٩(س^2 - ٢س) - ١٦(ص^2 + ٤ص) = ١٩٩$ ①

① $٩(س^2 - ٢س + ١) - ١٦(ص^2 + ٤ص + ٤) = ١٩٩ + ٩ - ٦٤$ ①

$٩(س-١)^2 - ١٦(ص+٢)^2 = ١٤٤$ ①

① $\frac{(س-١)^2}{١٦} - \frac{(ص+٢)^2}{٩} = 1$ ← قطع زائد سيني ①

① ① ①

إحداثيا المركز $(١، -٢)$ ① $ب^2 = ١٦$ ← $ب = ٤$ ، $ب^2 = ٩$ ← $ب = ٣$

① $ج^2 = ب^2 + ب^2 = ١٦ + ٩ = ٢٥$ ← $ج = ٥$ ①

احداثيا الرأسين $(١ \pm ٤، -٢)$ ① ، إحداثيا البؤرتين $(١ \pm ٥، -٢)$ ①

(ج)

١٢

رقم الفقرة	١	٢	٣	٤	
رمز الإجابة الصحيحة	أ	ب	ج	د	١٦١
الإجابة الصحيحة	٢π	$ص = ١$	$ص = -٢س - ١$	قطع ناقص	١٥٩

ثلاث علامات لكل فقرة — ١٠٥

تم التحميل من موقع وتد التعليمي www.watad.me